

597-149 : 664.951.002.5

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ ФОРМ ТЕЛА РЫБ

Г.П.Ионас

Исследование биометрических показателей промысловых рыб имеет большое значение не только для биологических работ, но и для рыбообрабатывающего производства. Знание зависимостей биометрических показателей рыбы позволит точнее рассчитывать процессы ее химической, термической или механической обработки и облегчит конструирование новых специализированных машин-автоматов.

Широкая механизация и автоматизация рыбной промышленности заставляет все чаще обращаться к исследованиям биометрических зависимостей; данные в этой области еще далеко не полны и разрозненны, что затрудняет их использование.

Зависимости между размерами рыб были замечены еще в начале века [11, 23]. Позже были сделаны попытки установить взаимозависимость между линейными и весовыми характерными размерами рыб (длина, высота, толщина и вес тела).

Довольно много работ было посвящено экспериментальному исследованию взаимосвязи указанных параметров для разных видов рыб: салаки [15, 16, 21, 24, 25], сельди [4, 7, 13], каспийской кильки [10], воблы и леща [2, 3, 18], бычка, пикши и мерланга [8], савана и судака [3], горбуши [14].

Учитывая, что обработка рыбы основана на процессах тепло- и массообмена (посол, сушка и т.п.), рассчитать эти процессы можно при помощи соответствующих уравнений, включающих величину поверхности, через которую проникает раство-

ренное вещество или переходит теплота. Регулирование этих процессов и их расчет невозможны без учета поверхности целой рыбы. Этой важной задаче была посвящена большая теоретическая работа [6], основные положения которой подтверждены экспериментально на примере плотвы и щуки [17]. На основании принципа геометрического подобия рыб одного вида установлена теоретическая связь между весом рыбы и величиной поверхности.

Формулы, приведенные в работе [6], были подтверждены экспериментами [3], которые, кроме того, свидетельствовали о наличии существенного подобия формы тела рыб. Так, например, формулы, выведенные на основании соображений подобия, позволяют определять площадь тела рыбы (судак, сазан, лещ) с погрешностью 1-2%.

В монографии [22], опубликованной в 1969 г., собраны данные по биометрии рыбы и обстоятельно показано их значение для конструирования рыбообрабатывающих машин.

Итак, большинство исследователей, измеряя линейные и весовые характеристики рыбы, установили между ними функциональные связи. Однако различия в форме связи между биометрическими показателями, особенно в формуле, связывающей длину и вес рыбы, довольно существенны. По данным Л.М.Меньпутиной зависимость веса от длины для сельдей - линейная, [13], а для горбуши - параболическая с дробным показателем степени [14]. П.В.Тюрин [23] установил квадратичную зависимость между этими показателями.

Некоторые исследователи, измеряя линейные и весовые характеристики рыбы, обнаружили, что эти параметры связаны постоянными отношениями и пришли к заключению о применимости принципа геометрического подобия к форме тела рыбы.

Вместе с тем встречаются и противоречивые выводы. Так, например, В.В.Дорменко [7] считает, что функциональной зависимости между параметрами тела рыбы нет.

Эти противоречия свидетельствуют о том, что вопрос о форме тела рыбы и связи ее параметров еще не достаточно изучен.

Для удобства детального анализа составлена сводная таблица, в которой приведены основные расчетные формулы, приведенные к одной размерности и виду, удобному для сравнения.

В таблице использованы следующие условные обозначения:

- l - абсолютная длина рыбы, см;
- h - наибольшая высота тела рыбы, см;
- B - наибольшая толщина, см;
- p - наибольший обхват, см;
- F - поверхность тела рыбы, см²;
- Q - вес целой рыбы, г;

Анализ связи линейных показателей. Эмпирические формулы связи линейных параметров, полученные разными авторами (см. таблицу), носят линейный характер. Однако они различны по своей структуре и выражаются двумя видами уравнений; одночленом [2-4, 8, 24] и двучленом [5, 10, 16, 18].

Даже для рыб одного вида (салака [16, 24]; вобла [2, 3, 18]) формулы различаются по своему виду, структуре, а сходные - величиной эмпирических коэффициентов [15, 19].

Анализ связи между линейными показателями и площадью поверхности рыбы. Формулы, связывающие площадь поверхности тела рыбы с ее линейными параметрами, носят как линейный [10], так и квадратичный характер [2-4].

В некоторых формулах [24] зависимость площади поверхности салаки от ее длины выражена в виде многочлена, куда входит длина во второй, первой и нулевой степенях.

Эмпирические коэффициенты зависимости площади поверхности тела от произведения длины на обхват для леща и воблы [3] равны 0,7; для сельди, савана, судака - 0,74. Такой общий вид уравнений и одинаковые значения коэффициентов для этих рыб свидетельствует о подобии формы их тела.

Анализ зависимостей веса рыбы от ее линейных показателей. Эти зависимости по своему характеру разнообразны: они могут иметь вид одночлена (вес выражен через какой-либо линейный параметр в кубе [15, 21, 25]); двучлена (длина рыбы - в первой и нулевой степенях [10, 13, 14, 18]); многочлена (длина - в третьей, второй и первой степенях [16]); а также параболической зависимости, включающей в себя длину в разных степенях с дробными показателями [5, 14].

У различных авторов для рыб одного вида (салака) встречаются аналогичные зависимости веса от ее длины и толщины с относительно одинаковыми эмпирическими коэффициентами [15, 21, 25].

В последующих рассуждениях были использованы следующие соображения.

П о д о б н ы м и называются такие явления, для которых отношения сходственных сторон и характеризующих их величин постоянны [9].

В данной работе за характеристику подобия берутся отношения:

$$\frac{b}{l} = K_1; \quad \frac{h}{l} = K_2; \quad \frac{F}{l^2} = K_3; \quad \frac{Q}{l^3} = K_4; \quad (1)$$

где $K_1; K_2; K_3; K_4$ - безразмерные числа, называемые константами подобия.

Поскольку по теории подобия и размерности константы подобия безразмерны, то линейный размер относим к линейному, площадь к квадрату линейного размера, а вес (объем) к кубу линейного размера.

Из выражений (1) получаем следующие уравнения связи характерных показателей рыбы:

$$b = K_1 \cdot l; \quad h = K_2 l; \quad F = K_3 l^2; \quad Q = K_4 l^3 \quad (2)$$

Таким образом, из теории подобия и размерностей вытекает следующее: связь между линейными размерами рыб - линейная; между площадью и линейными размерами рыбы - квадратичная, а между весом (объемом) и линейными размерами - кубическая.

СВЯЗЬ МЕЖДУ БИОМЕТРИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ ФОРМЫ ТЕЛА РЫБЫ

Размер рыбы, см.	Число рыб	Между линейными размерами		Между поверхностью и другими размерами		Между весом и линейными размерами		Автор приведенных данных
		формулы	откло- нение, %	формулы	откло- нение, %	формулы	откло- нение, %	
-	33		3	<u>Салака</u> $F = 7,88 \cdot Q^{\frac{2}{3}}$	± 3	$Q = 0,0066l^3$ $Q = 1,5h^3$ $Q = 10b^3$	2,3 4,4 3,2	Семенов [21]
14,5- 26,5	255					$Q = 0,007l^3$		Морев [15]
-	1518	$h = 0,219l$ $-0,2347$ $b = 0,113l$ $-0,3765$				$Q = 0,01245l^3$ $-0,06597l^2$ $+0,03375l$	± 6	Новицкий [16]
11,4- 16,8	500					$Q = 0,007l^3$ $Q = 9b^3$	2,3 4,4	Щелкунов [25]
9-27	400	$h = 0,17l$ $b = 0,08l$	± 6 ± 6	$F = 0,51l^2$ $-7,4l + 56$	$\pm 2 \div 3$	$Q = 0,261l^2$ $-3,4l + 13,5$	± 6	Хижняков [24]
18-39х)	22	$h = 0,27l$ $p = 0,63l$		<u>Сельдь</u> $F = 0,46l^2$ $F = 0,74lp$	$\pm 1,1 \div 1,3$ $\pm 1,8 \div 2,0$			Белоусов [4]
22-35	33					$Q = 22l - 404,4$		Меньшутина [13]

7,5-12,8^x) 71 $h = 0,23\ell - 0,3$

18-26,5^x) 261 $h = 0,34\ell - 0,4$
 $b = 0,15\ell - 0,2$

15-22,5^x) 266 $h = 0,33\ell$
 $b = 0,16\ell$

- x) $h = 0,37\ell - 0,22$
 $b = 0,13\ell - 0,08$

-
20-35 1300 $h = 0,43\ell - 1,7$
 $b = 0,125\ell - 0,625$

6-16 69 $P = 0,71\ell$ +10

20-65 39 $P = 0,52\ell$ +4

10-40 27 $P = 0,49\ell$ +7

-x) 29

45,2- x)
48,5

5,3-12,3 416

x) - зоологическая длина

Килька
 $F = 7\ell - 36$

Вобла

$F = 0,577\ell^2$
 $= 0,70\ell P$

Лещ

$F = 0,70\ell P$

Бычок-кругляк

Пикша

Мерланг

Сазан, судак
 $F = 0,74\ell P$

Горбуша

Тугун

$Q = 2,7\ell - 18,2$

$Q = 39\ell - 445$

$Q = 42,7\ell - 665,6$

$Q = 0,0051\ell^{3,41}$

$Q = 0,1062\ell^{2,77}$
 $Q = 75\ell - 213,5$

$Q = 0,386\ell^2 -$
 $-4,03\ell + 11,72$

Каширский [10]

Подсевалов,
Белоусов [18]

Белоусов [2, 3]

Подсевалов,
Белоусов [18]

Белоусов [3]

Волкова,
Данилов [5]

} Ионас [8]

Белоусов [3]

Меньшутина [14]

Тюрин [23]

Из детального анализа уравнений связи характеристических размеров рыбы (см. таблицу) видно, что далеко не все исследователи руководствовались теорией подобия и размерностей. В результате этого обстоятельства, а также узкого диапазона измеренных показателей появились такие уравнения, в которых вес и длина рыбы связаны линейной [10, 13, 18], квадратичной [23, 24] или параболической зависимостью с дробными показателями степени [5, 14], что находится в противоречии с соображениями подобия и размерностей.

Ниже делается попытка дать оценку гипотезы о внутривидовом подобии формы тела салаки разных возрастных групп; межвидовом подобии сельдевых рыб (кильки, салаки, сельди атлантической, волжской); о подобии формы тела таких рыб, как салака, сардина, ставрида, имеющих на наш взгляд, близкую форму.

На основании измерений 422 салак разного периода лова, взятых в широком диапазоне длин (от 8 до 26 см), на рис. I-4 представлены зависимости, выражающие связь наибольшей толщины и длины, наибольшей высоты тела и длины, площади поверхности тела и длины, а также веса и длины.

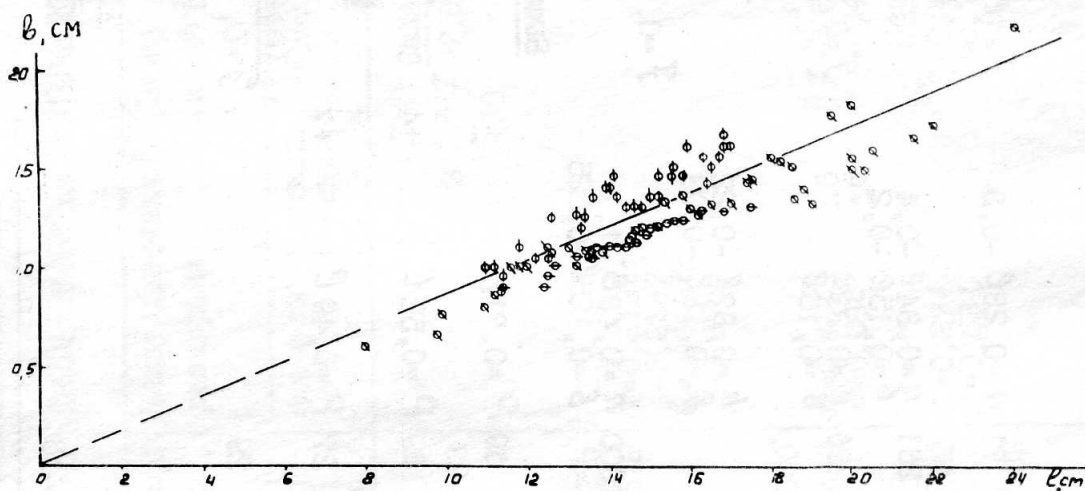


Рис. I. Зависимость максимальной толщины тела салаки v от ее абсолютной длины l :
(ϕ - данные Ионас; Q - данные Хижнякова [24];
 Θ - данные Щелкунова [25])

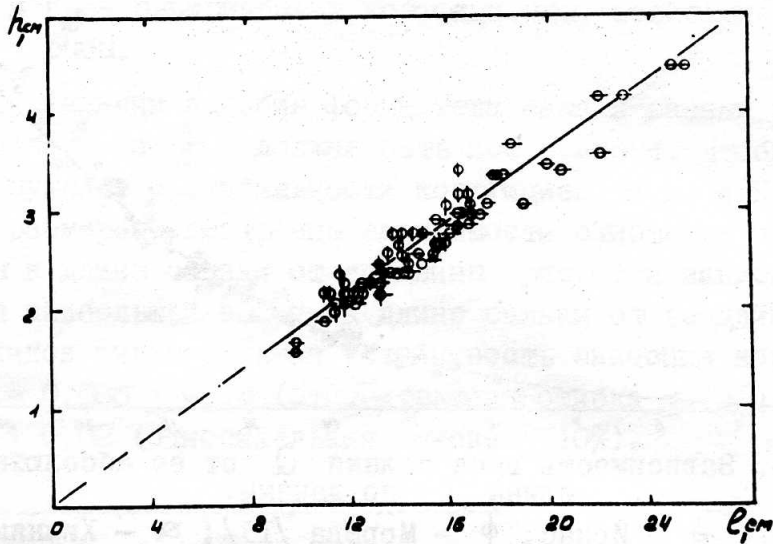


Рис.2. Зависимость наибольшей высоты тела салаки h от ее длины - l по данным:
 ϕ - Ионас; \odot - Хижнякова [24]

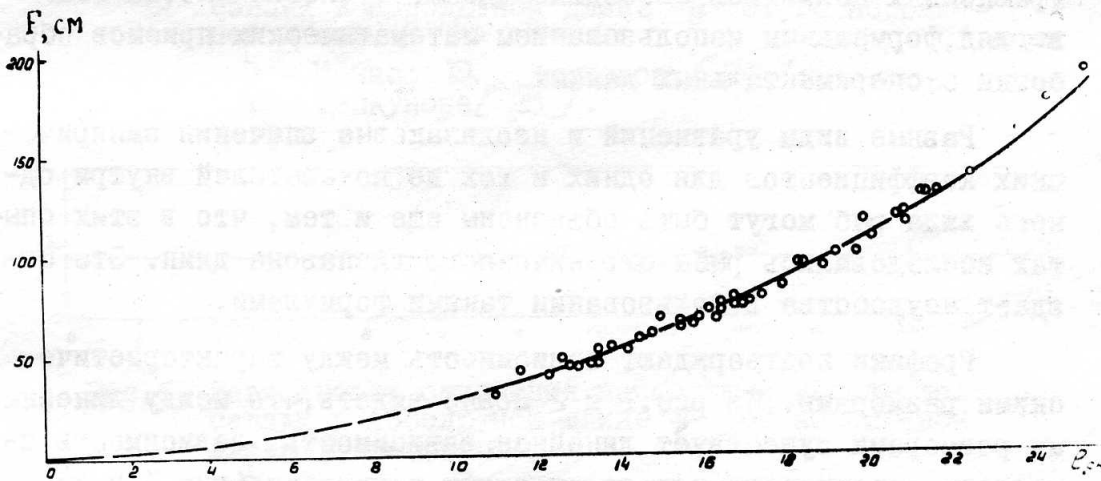


Рис.3. Зависимость площади поверхности тела салаки F от ее абсолютной длины l (данные Хижнякова [24])

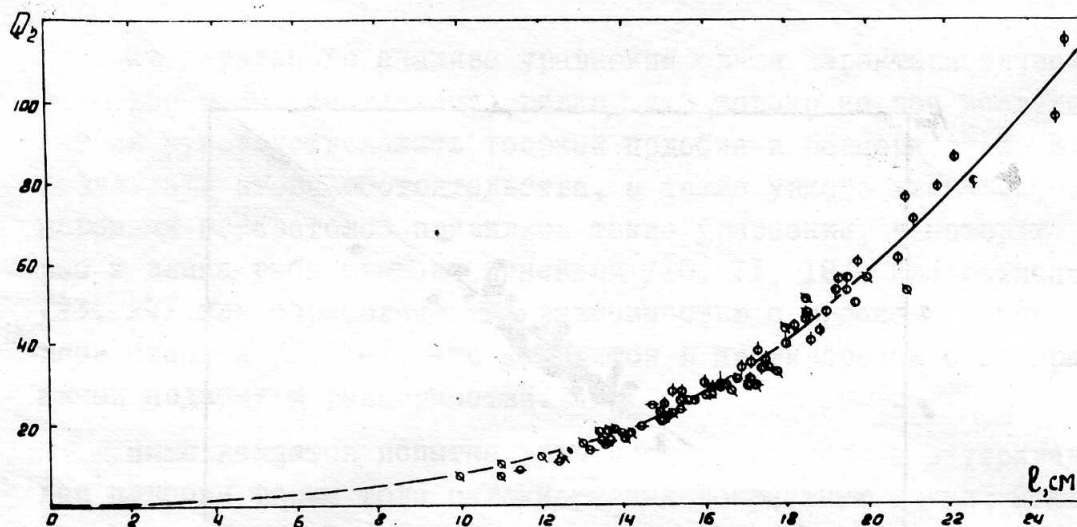


Рис.4. Зависимость веса салаки Q от ее абсолютной длины l по данным:
 \ominus - Ионас; \diamond - Морева [15]; \square - Хижнякова [24].

Приведенные данные дают возможность проследить, как с изменением длины рыбы меняются ее основные характеристики. При этом очевидно, что если длина равна нулю, то и все другие характеристики равны нулю. Многие авторы [5, 10, 13, 16, 18, 23, 24] не учитывали это обстоятельство, и поэтому в предлагаемых уравнениях появились свободные члены, обусловленные, на наш взгляд, формальным использованием математических приемов обработки экспериментальных данных.

Разные виды уравнений и неодинаковые значения эмпирических коэффициентов для одних и тех же показателей внутри одного вида рыб могут быть объяснены еще и тем, что в этих опытах исследовались рыбы ограниченного диапазона длин. Это создает неудобства в пользовании такими формулами.

Графики подтверждают зависимость между характеристическими размерами. Из рис.1 и 2 можно видеть, что между линейными размерами существует линейная зависимость; зависимость же площади поверхности и веса от длины нелинейна (рис.3 и 4).

По соображениям подобия и размерностей линейная зависимость между геометрическими размерами рыб, как говорилось выше, должна выразиться формулами:

$$b = k_1 l; \quad h = k_2 l;$$

где K_1 и K_2 - эмпирические коэффициенты, зависящие от геометрии тела рыбы.

При наличии подобия формы тела салаки разных размеров отношения $\frac{b}{l}$ и $\frac{h}{l}$ должны быть постоянными. Чтобы проверить допущение о стабильности коэффициентов K_1 и K_2 у рыб разных размеров, построены зависимости отношения наибольшей толщины к длине салаки от ее длины (рис.5) и зависимость отношения наибольшей высоты к длине салаки от ее длины (рис.6). Из графиков видна большая устойчивость значения коэффициентов $K_1 = 0,086 \pm 0,18$ (относительная ошибка $\pm 15\%$) и $K_2 = 0,18 \pm 0,02$ (относительная ошибка $\pm 10\%$).

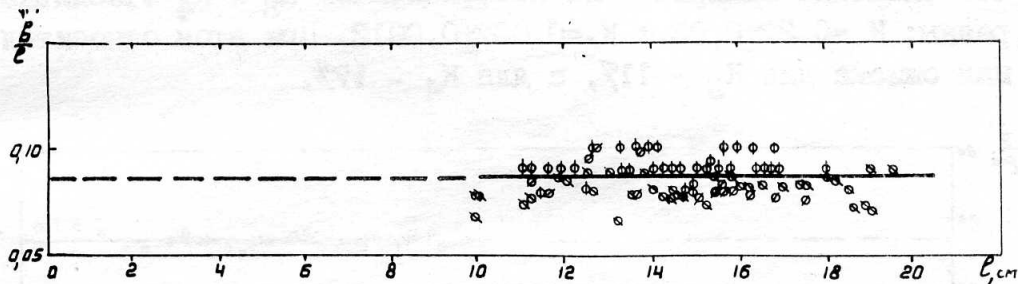


Рис.5. Зависимость отношения максимальной толщины салаки к абсолютной длине $\frac{b}{l}$ от ее абсолютной длины l по данным:

ϕ - Ионас; \ominus - Хижнякова [24];
 \circ - Щелкунова [25].

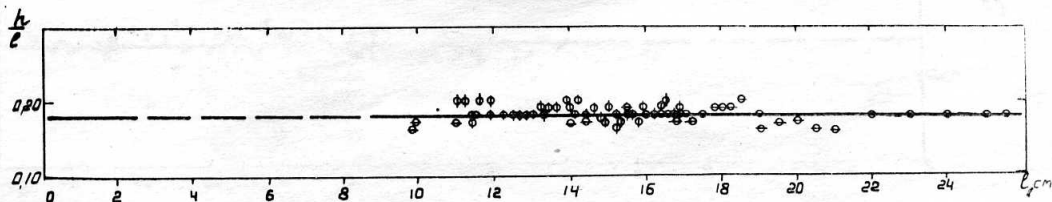


Рис.6. Зависимость отношения наибольшей высоты тела салаки к абсолютной длине $\frac{h}{l}$ от абсолютной длины l по данным:

ϕ - Ионас; \ominus - Хижнякова [24].

Следовательно, допуская относительную ошибку 10-15%, можно принять в качестве первого приближения постоянные численные значения коэффициента K_1 и K_2 и рекомендовать следующие

формулы, удобные для расчета толщины и высоты салаки:

$$b = 0,086l \pm 0,49; \quad h = 0,18l \pm 0,33.$$

Как и ранее, допуская подобие формы тела салаки, естественно выразить зависимость между площадью поверхности и длиной формулами вида: $F = K_3 l^2$, а зависимость между весом и длиной - уравнением вида: $Q = K_4 l^3$, где K_3 и K_4 эмпирические коэффициенты, обусловленные геометрией тела рыбы. Эти уравнения действительны, если будет доказано постоянство коэффициентов K_3 и K_4 .

Для проверки этой гипотезы на рис. 7 и 8 представлены зависимости отношения $\frac{F}{l^2}$ и $\frac{Q}{l^3}$ от l . Из рисунков видно, что значения эмпирических коэффициентов K_3 и K_4 стабильны и равны: $K_3 = 0,27 \pm 0,03$ и $K_4 = 0,007 \pm 0,0012$. При этом относительная ошибка для K_3 - 11%, а для K_4 - 17%.

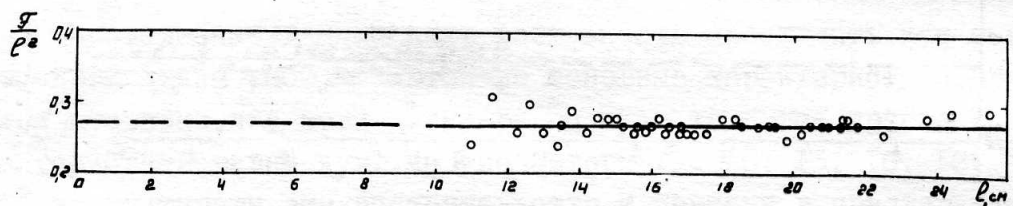


Рис. 7. Зависимость отношения площади поверхности салаки к длине в квадрате F/l^2 от ее абсолютной длины l (данные Хижнякова [24]).

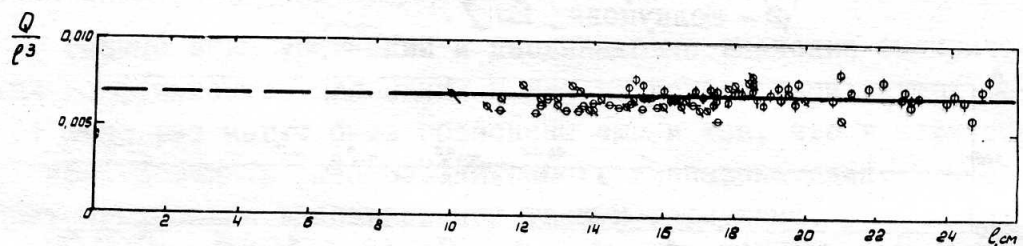


Рис. 8. Зависимость отношения веса салаки к абсолютной длине в кубе Q/l^3 от ее абсолютной длины l по данным:

⊖ - Ионас; φ - Морева [15]; Ⓚ - Хижнякова [24].

Следовательно, учитывая найденные относительные ошибки можно рекомендовать для салаки в качестве первого приближения

$$F = 0,27l^2 \pm 1,72 \text{ и } Q = 0,007l^3 \pm 2,4.$$

Таким образом, на примере салаки, соотношения характерных размеров (см. рис. 5-8) подтверждают гипотезу о внутривидовом подобии формы тела рыбы.

Теперь рассмотрим подобие формы тела рыб семейства сельдевых в целом. Визуальная оценка позволяет предположить приближенное подобие их формы (рис. 9). На примере салаки показано, что характеристикой подобия формы тела рыбы является любой из коэффициентов (K_1, K_2, K_3, K_4), постоянство одного из них свидетельствует о подобии формы тела рыб. Поскольку для сельдевых рыб наиболее полно выполнены измерения их длин и толщин, то на рис. 10 представлена зависимость $K_1 = f(l)$.

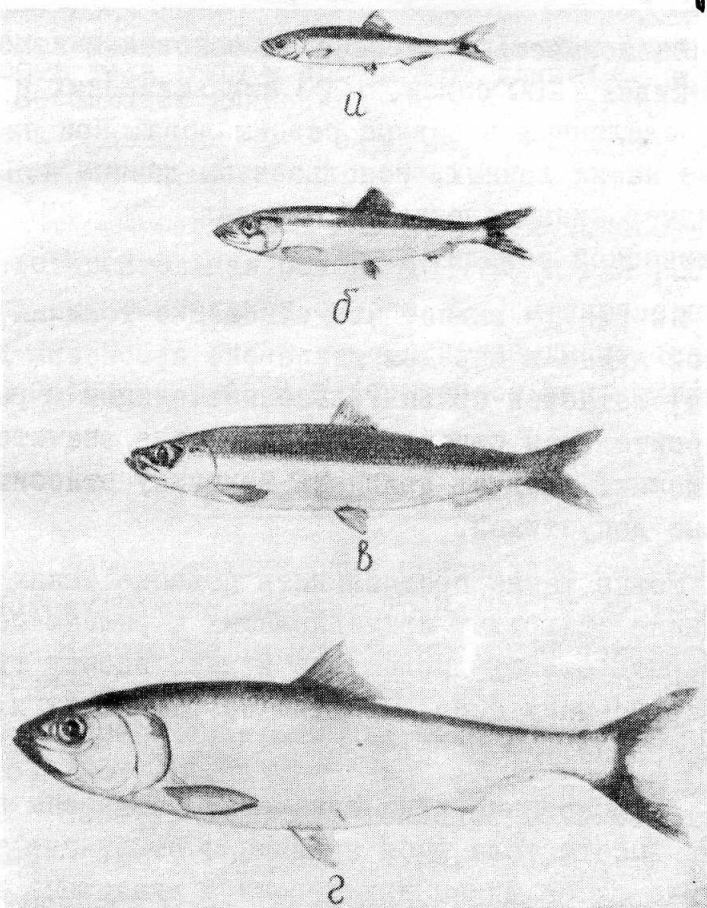
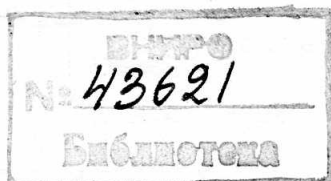


Рис. 9. Геометрическое подобие тел семейства сельдевых:
а - балтийская килька, шпрот (*Sprattus sprattus balticus*); б - салака (*Clupea harengus membras*);
в и г - атлантическая (*Clupea harengus harengus*);
и волжская (*Caspiolosa kessleri volgensis*). сельди.



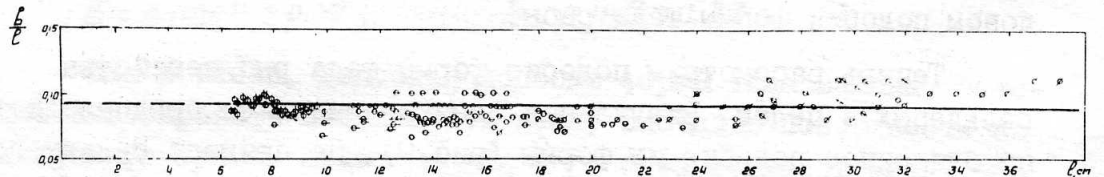


Рис. 10. Зависимость отношения наибольшей толщины тела рыбы к ее абсолютной длине b/l от ее абсолютной длины l :

ϕ - килька балтийская; \ominus - салака;
 \otimes - атлантическая и \circ - волжская сельди.

Зависимость построена на основании измерений 52 балтийских килек, 100 салак, 1000 атлантических и 60 волжских сельдей, сделанных в разные сезоны лова. При построении графика, кроме наших данных, использованы данные А.П.Макаровой [12] по измерениям салаки и Н.Н.Рулева [19, 20] по измерениям атлантической сельди.

Из рис. 10 видно, что отношение толщины рыбы к ее абсолютной длине в широком диапазоне изменения длин (от 6 до 36 см) остается сравнительно постоянным и равно $0,09 \pm 0,02$ (относительная ошибка 22%). Учитывая значительную широту обобщения, следует признать величину относительной ошибки вполне допустимой.

Можно также предположить подобие таких рыб, как салака, сардина, ставрида, принадлежащих к разным семействам. Чтобы проверить это предположение и дать оценку гипотезы о подобии их формы, нами было измерено по 100 салак и ставрид, а также 150 сардин.

На основании этих измерений построены зависимости отношения высоты тела рыбы к длине и отношения толщины тела рыбы к длине от ее длины для широкого диапазона длин (10-50 см).

Из рис. 11 видно, что $K_1 = 0,19 \pm 0,02$ и $K_2 = 0,10 \pm 0,02$.

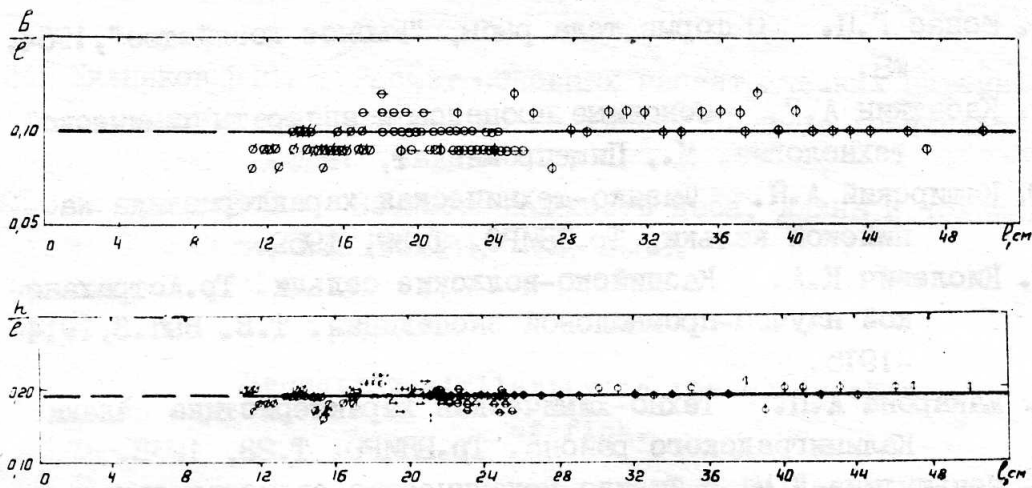


Рис.11. Зависимости отношений максимальной толщины и высоты тела рыбы к абсолютной длине ($\frac{l}{l}$ и $\frac{h}{l}$) от абсолютной длины: — l :

ϕ - ставрида; θ - сардина; δ салака.

Таким образом, с достаточной для практики точностью для рыб одного вида (относительная ошибка 10-17%) и для рыб семейства сельдевых (относительная ошибка 22%) доказано подобие формы тела. Существует также межвидовое подобие таких рыб, как салака, сардина, ставрида (относительная ошибка 20%).

Л и т е р а т у р а

1. Белоусов А.А. Физико-технические показатели соленой сельди Астраханского района. Тр.ВНИРО. Т.27, 1954.
2. Белоусов А.А. Некоторые физико-технические показатели воблы, "Рыбное хозяйство", 1956, №4.
3. Белоусов А.А. Определение площади тела рыбы, "Рыбное хозяйство", 1958, №1.
4. Белоусов А.А. Некоторые физико-технические показатели каспийской сельди. Тр.ВНИРО. Т.39, 1959.
5. Волкова Н.С., Данилов Н.А. Линейные размеры и положение центра тяжести каспийского леща. Тр.КаспНИРО. Т.16, 1961.
6. Гуревич М.И., Зайцев В.И. Об определении поверхности рыбы, "Рыбное хозяйство", 1955, №6.
7. Дорменко В.В. О механизации сортировки соленой сельди, Тр.ВНИРО. Т.22, 1952.

8. Ионас Г.П. О форме тела рыбы, "Рыбное хозяйство", 1964, №3.
9. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии, М., Пищепромиздат, 1960.
10. Каширский А.Я. Физико-техническая характеристика каспийской кильки, Тр.ВНИРО. Т.39, 1959.
11. Кислевич К.А. Каспийско-волжские сельди. Тр.Астраханской научно-промышленной экспедиции. Т.3. Вып.3, 1914-1915.
12. Макарова А.П. Техно-химическая характеристика салаки Калининградского района. Тр.ВНИРО. Т.23, 1952.
13. Меньшутина Л.М. Физико-механические свойства сахалинской сельди, "Рыбное хозяйство", 1951, №5.
14. Меньшутина Л.М. Физические и механические свойства горбуши, Изв. ТИРО. Т.39, 1954.
15. Морев А.Н. Физико-механическая характеристика Калининградской салаки, Тр.ВНИРО. Т.39, 1959.
16. Новицкий Б.Ф. Математическое исследование морфометрических показателей салаки, Тр.ВНИРО. Т.39, 1959.
17. Печуренков В.Л., Федорченко В.И., Мамай В.И. О методах определения площади поверхности тела рыбы, "Рыбное хозяйство", 1959, №3.
18. Подсевалов В.А., Белоусов А.А. Соотношение между размерами и весом свежей, соленой, сушеной рыбы, "Рыбное хозяйство", 1949, №10.
19. Рулев Н.Н. Первичная обработка атлантической сельди, Калининград, 1960.
20. Рулев Н.Н. Посол атлантической сельди на судах, Калининград, 1964.
21. Семенов Н.А. Степень просаливания рыбы в зависимости от ее размеров, Тр.ВНИРО. Т.XX, 1952.
22. Терентьев А.В. Основы комплексной механизации обработки рыбы, М., Изд-во "Пищевая пром-сть", 1969.
23. Турин П.В. О зависимости между длиной рыбы и ее весом, Тр.Сибирской ихтиологической лаборатории, Т.2, Вып.3, 1927.

24. Хилняков В.И. Расчет основных геометрических параметров и веса салаки по ее длине, "Рыбное хозяйство", 1964, №8.
25. Целкунов В.В. Взаимозависимость веса, длины и толщины салаки, НТБ НИИМРП, №12, 1962.

Geometric similarity in the outer shapes
of fish.

G.P. Ionas

S u m m a r y

The analysis is presented of the calculation formulas published previously, which relate geometric characteristics to the weight of fish. Making use of the theory of similarity and dimensions, and proceeding from numerous experimental data, the author evaluates the hypotheses of the intraspecific similarity in the outer shapes of fish of various age groups, and of the interspecific similarity in the outer shapes of Clupeidae, and such species as Baltic herring, sardine and horse mackerel.

La similitude géométrique des formes des
corps des poissons

G.P. Ionas

R é s u m é

L'article donne l'analyse des formules de calcul publiées antérieurement qui mettent en rapport des caractéristiques géométriques et le poids du poisson. En partant de la théorie de la similitude et des dimensions et utilisant de nombreuses données des expériences, l'auteur analyse les hypothèses de la similitude intraspécifique des formes du corps des poissons de différents âges et de la similitude interspécifique des formes du corps des Clupeidés et des poissons tels que hareng baltique, sardine, chinchard.